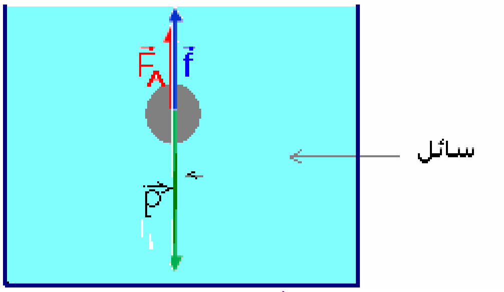
# السقوط الرأسي لجسم صلب

## I القوى المطبقة على جسم من طرف مائع:

### 1) القوى المطبقة من طرف مائع:

الجسم المغمور في مائع يخضع إلى ثلاث قوى:
- قوة الثقالة.(أي وزن الجسم) $\vec{P}$ •
- دافعة أرخميدس $\vec{F}_A$ •
- قوة الاحتكاك المائع $\vec{f}$ •




### 1)قوة الثقالة : Force de pesanteur

تخضع الأجسام في مجال الثقالة إلى قوة الثقالة، وهي القوة المطبقة عليها من طرف الأرض وتسمى بالوزن $\vec{P}$ •

*العلاقة بين شدة وزن الجسم وشدة الثقالة: $P = m.g$ .

* $\vec{g}$ : متجهة مجال الثقالة موجهة نحو مركز الأرض(أي رأسية نحو الأسفل) ، وتحتفظ في نفس الموضع بنفس الشدة.

وحدة شدة الثقالة $g$ في النظام العالمي للوحدات هي : $N/Kg$ أو $m/s^2$.

* القوة $\vec{P} = m.\vec{g}$ تطبق في مركز القصور G للجسم الصلب .

### 2)دافعة أرخميدس Poussée d'Archimède

يخضع كل جسم مغمور كليا أو جزئيا في مائع لقوة تماس ضاغطة تسمى دافعة أرخميدس، وهي رأسية، موجهة نحو الأعلى ، شدتها تساوي وزن حجم السائل المزاح. $F_A = \rho_f.V.g$

القوة $\vec{F}_A = -\rho_f.V.\vec{g}$ تـطبق في مركز قصور السائل المزاح .

$\rho_f$ : الكتلة الحجمية للمائع ب : $(kg.m^{-3})$ .

$V$: الحجم المزاح للمائع $(m^3)$ volume du liquide déplacé

$g$ : شدة الثقالة ب: $(N/kg)$ أو: $(m/s^2)$ .

### 3) قوة الاحتكاك المائع: Force de frottement fluide

تكافئ قوى الاحتكاك التي يطبقها المائع على الجسم الصلب المغمور داخله قوة وحيدة $\vec{f}$ تسمى قوة الاحتكاك المائع، تطبق في مركز القصور G للجسم، معاكسة لمتجهة السرعة $\vec{v}$ : $\vec{f} = -k.\vec{v}^{\,n}$ . تتعلق بطبيعة السائل وبشكل الجسم الصلب.

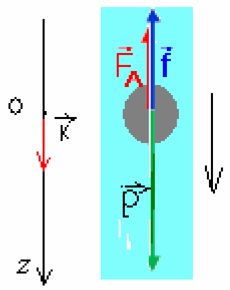
منظمها : $f = k.v^n$

ملحوظة: عموما إذا كانت السرعة صغيرة نأخذ: $n = 1$ فتصبح : $f = k.v$ في هذه الحالة تتعلق الثابتة $k$ بلزوجة السائل.

و إذا كانت السرعة كبيرة نأخذ : $n = 2$ فتصبح : $f = k.v^2$ في هذه الحالة تتعلق الثابتة $k$ بالكتلة الحجمية للسائل.

## II السقوط الرأسي باحتكاك:

### 1) المعادلة التفاضلية:




* المجموعة المدروسة (الكرية)

* جرد القوى : الكرية تخضع للقوى التالية:

$\vec{P}$ : قوة الثقالة.(أي وزن الجسم) $\vec{P} = m.\vec{g}$

$\vec{F}_A$ : دافعة أرخميدس . $\vec{F}_A = -\rho_f.V.\vec{g}$

$\vec{f}$ : قوة الاحتكاك المائع $\vec{f} = -k.\vec{v}^{\,n}$.

*اختيار المعلم المناسب : نعتبر معلما $(o,z)$ موجها نحو الأسفل ( لأن الحركة مستقيمة ورأسية).

* تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\Sigma\vec{F} = m.\vec{a}_G$

لأن الحركة مستقيمية.

أي : $\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{f} = m.\vec{a}_G$ : $mg\vec{k} - \rho_f.V.g\vec{k} - kv^n\vec{k} = m.\vec{a}_G$ التسارع $a = a_z$ لأن الحركة مستقيمية.

بالإسقاط على المحور $oz$ : $mg - \rho_f.V.g - kv_n = m.a$ العلاقة السابقة تصبح: $g - \frac{m_f.g}{m} - \frac{kv^n}{m} = \frac{dv}{dt}$

$a = \frac{dv}{dt}$ المعادلة التفاضلية تصبح كما يلي: $\frac{dv}{dt} = (1 - \frac{m_f}{m})g - \frac{kv^n}{m} \Leftarrow \frac{dv}{dt} = (\frac{m - m_f}{m})g - \frac{kv^n}{m}$

ويمكن كتابتها كما يلي :

$$\frac{dv}{dt} = A - B.v^n \qquad (1)$$

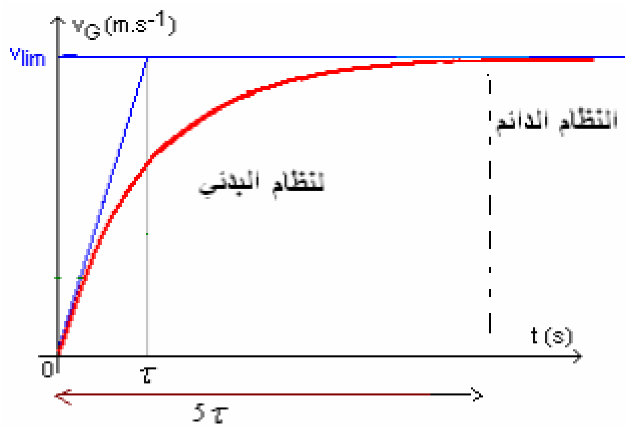
وهي المعادلة الزمنية لحركة مركز قصور الكرية أثناء السقوط الرأسي في سائل (بحيث $\rho$ هي الكتلة الحجمية للجسم الصلب.)

مع : $A = (\frac{m - m_f}{m}).g$ و: $B = \frac{k}{m}$

## 2) المقادير المميزة للحركة :

### أ) النظام الدائم:

تمكن الدراسة التجريبية من رسم المنحنى الممثل لتغيرات سرعة الكرية بدلالة الزمن :




في البداية تتزايد سرعة الكرية إلى أن تبلغ قيمة ثابتة تسمى :السرعة الحدية يرمز إليها ب: $v_\ell$ نظام فتخضع حركة الكرية إلى نظام يسمى النظام الدائم .

عندما يتحقق النظام الدائم ، تصبح السرعة $v$ للكرية ثابتة وبذلك يصبح $\frac{dv}{dt} = 0$ ومن خلال (1) يصبح لدينا : $A - B.v_\ell{}^n = 0$

أي : $v_\ell = \left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{1}{n}}$ ونحصل على تعبير السرعة الحدية :

$$v_\ell = \left[\frac{g}{k}(m - m_f)\right]^{\frac{1}{n}} = \left[\frac{g}{k}(\rho - \rho_f).V\right]^{\frac{1}{n}}$$

حيث $\rho$ الكتلة الحجمية للكرية $\rho_f$ الكتلة الحجمية للسائل . $V$ حجم الكرية.

### ب ) النظام البدئي : التسارع البدئي للكرية.

في بداية السقوط تتزايد سرعة الكرية وتصبح لها حركة مستقيمية متغيرة بانتظام ، تسارعها: $a = \frac{dv}{dt} = (\frac{m - m_f}{m})g - \frac{kv_n}{m}$

وفي اللحظة $t = 0$: تسارع الكرية البدئي : $a_o = (\frac{m - m_f}{m})g$ لأن $v_o = 0$

مبيانيا قيمة التسارع البدئي تساوي قيمة المعامل الموجه للمماس للمنحنى $v = f(t)$ عند اللحظة : $t = o$ .

### ج) الزمن المميز للحركة:

يتقاطع الخط المماس للمنحنى $v = f(t)$ مع الخط المقارب للمنحنى في نقطة أفصولها $\tau$ تسمى الزمن المميز للحركة .

تحدد قيمة $\tau$ بالعلاقة : $v_\ell = a_o.\tau$ .

بمعرفة قيمة الزمن المميز للحركة $\tau$ يمكن تقدير مدة النظام البدئي وهي تساوي حوالي : $5\tau$.

## 3) حل المعادلة التفاضلية باستعمال طريقة أولير:

طريقة أولير طريقة رقمية تكرارية تمكن من حل المعادلة التفاضلية .ويستوجب استعمال هذه الطريقة معرفة سرعة مركز قصور الجسم في لحظة معينة ، والتي غالبا ما تكون هي السرعة البدئية $v_o$ في اللحظة $t = 0$ .

*المرحلة الاولى :

بمعرفة قيمة السرعة البدئية ، نحسب التسارع البدئي $a_o$ بحيث : $a_o = A - B.v_o{}^n$

*المرحلة الثانية : نحسب السرعة $v_1$ في اللحظة $t_1$ ، $t_1 = t_o + \Delta t$ نسمي $\Delta t$ خطوة الحساب.

$a_o = A - B.v_o{}^n$ ثم $v_1 = v_o + a_o.\Delta t$

$a_1 = A - Bv_1{}^n$ ثم : $v_2 = v_1 + a_1.\Delta t$

$a_2 = A - Bv_2{}^n$ ثم : $v_3 = v_2 + a_2.\Delta t$

ملحوظة: اختيار خطوة الحساب .

اختيار خطوة الحساب $\Delta t$ يكتسي أهمية بالغة في طريقة أولير ، فكلما كانت قيمتها صغيرة ،كلما كانت النتائج النظرية قريبة من النتائج التجريبية.

عموما نأخذ الخطوة $\Delta t = \frac{\tau}{10}$ لكي لا نتجاوز السرعة الحدية للكرية.

## 2)السقوط الرأسي الحرلجسم صلب في مجال الثقالة:

### 1) تعريف السقوط الحر:

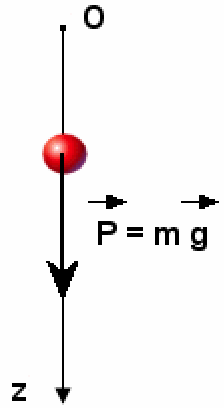
السقوط الحر لجسم صلب هو سقوطه تحت تأثير وزنه فقط وبدون سرعة بدئية .
و يتم ذلك في الفراغ المطلق و في الهواء عندما يكون للجسم شكلا انسيابيا وكثافة عالية بحيث يمكن إهمال تأثير الهواء عليه.
إذا كان المسار رأسيا نقول أن السقوط الحر رأسي.

### 2) دراسة السقوط الحر لجسم صلب:

* المجموعة المدروسة{الكرية}

*اختيار المعلم المناسب: نعتبر معلما $(o, z)$ موجها نحو الأسفل ( لأن الحركة مستقيمة).

* جرد القوى : الكرية تخضع لوزنها $\vec{P}$ فقط. ( نهمل تأثير الهواء أمام تأثير وزن الجسم)




* تطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}_G \Leftarrow \vec{P} = m.\vec{a}_G$

أي: $m.\vec{g} = m.\vec{a}_G \Leftarrow \vec{g} = \vec{a}_G$ **(1)**

*اسقاط العلاقة (1)على المحور oz: $a_z = g$

التسارع ثابت والمسار مستقيمي ، إ ذن حركة الجسم مستقيمية متغيرة بانتظام.

*المعادلة التفاضلية للحركة: نعلم أن : $a_z = \frac{dv_z}{dt}$ ولدينا : $a_z = g$ إذن: $\frac{dv_z}{dt} = g$ وهي المعادلة التفاضلية.

| |
|---|
| المعادلة التفاضلية لحركة مركز قصور جسم في سقوط حر بدون سرعة بدئية تكتب على الشكل التالي: $\frac{dv_z}{dt} = g$ |

ملحوظة : يهدف حل المعادلة التفاضلية في الميكانيك إلى التوصل للمعادلات الزمنية للحركة.

*دالة السرعة: $\frac{dv_z}{dt} = g$ : إذن الدالة التي مشتقتها **g** تكتب : $v_z = gt + C^{te}$

خلال السقوط الحر السرعة البدئية للجسم منعدمة : $C^{te} = 0$ وبالتالي : **( 2)** $v_z = gt$ وهي دالة السرعة.

*المعادلة الزمنية للحركة:

بما أن: $v_z = \frac{dz}{dt}$ فإن العلاقة **( 2)** تكتب كما يلي : $\frac{dz}{dt} = gt$ إذن الدالة التي مشتقتها $gt$ تكتب: $z = \frac{1}{2}gt^2 + C^{te}$

نحدد الثابتة بالرجوع على الشروط البدئية : لدينا عند اللحظة $t = 0$ : $z = 0$ لأن الجسم انطلق من الأصل **0** للمحور**oz**

، إذن: $C^{te} = 0$ وبالتالي: $z = \frac{1}{2}gt^2$ وهي المعادلة الزمنية لحركة جسم في سقوط الجسم .

تعميم:

بالنسبة لمعلم رأسي $(o, z)$ موجه نحو الاسفل ، تكتب معادلات حركة مركز قصور جسم صلب في سقوط راسي حر كما يلي :

$$a_G = g$$
$$v_G = gt + v_o$$
$$z_G = \frac{1}{2}gt^2 + v_o.t + z_o$$

**Sbiro abdelkrim**
**Lycée agricole oulad –taima région d'Agadir Maroc**
**Mail : sbiabdou@yahoo.fr**
**msn : sbiabdou@hotmail.fr**
**pour toute observation contactez moi**

ولاتنسونا بدعائكم الصالح